

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc**a) Biến cố xung khắc**

- Biến cố A và biến cố B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.
- Hai biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.

b) Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

Với hai biến cố xung khắc, ta có công thức tính xác suất của biến cố hợp như sau:

- Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

2 Công thức cộng xác suất

- Cho hai biến cố A và B . Khi đó, ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$. Công thức này được gọi là công thức cộng xác suất.

Dạng 1: Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc

Cho hai biến cố xung khắc A và B . Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ví dụ 1: Một lớp học 40 học sinh gồm có 15 học sinh nam giỏi toán và 8 học sinh nữ giỏi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Hãy tính xác suất để chọn được một nam sinh giỏi toán hay một nữ sinh giỏi lý

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn một nam sinh giỏi toán và B là biến cố chọn một nữ sinh giỏi lý thì $A \cup B$ là biến cố chọn một nam sinh giỏi toán hay một nữ sinh giỏi lý.

Ta có $P(A) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$ và $P(B) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$ A và B là hai biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{5} = \frac{23}{40}$$

Ví dụ 2: Chọn ngẫu nhiên 8 lá bài trong cỗ bài 32 lá. Tính xác suất để được ít nhất 3 lá già.

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn được 3 lá già và B là biến cố chọn được 4 lá già thì $A \cup B$ là biến cố chọn được ít nhất 3 lá già

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{C_4^3 \cdot C_{28}^5}{C_{32}^8} \text{ và } P(B) = \frac{C_4^4 \cdot C_{28}^4}{C_{32}^8}$$

A và B là hai biến cố xung khắc.

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_4^3 \cdot C_{28}^5 + C_4^4 \cdot C_{28}^4}{C_{32}^8} = 0,04$$

Ví dụ 3: Một tổ công nhân có 5 nam và 6 nữ. Cần chọn ngẫu nhiên hai công nhân đi thực hiện một nhiệm vụ mới. Tính xác suất của biến cố “Cả hai công nhân được chọn cùng giới tính”.

Lời giải

Số kết quả chọn được hai công nhân bất kì là $C_{11}^2 = 55$

Gọi A là biến cố “Hai công nhân được chọn là nam”, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2 = 10$

Gọi B là biến cố “Hai công nhân được chọn là nữ”, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_6^2 = 15$

Do đó $A \cup B$ là biến cố “Cả hai công nhân được chọn có cùng giới tính”. Do A và B là hai biến cố xung khắc nên: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{10}{55} + \frac{15}{55} = \frac{5}{11}$.

Ví dụ 4: Trên kệ sách đang có 4 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lần lượt lấy xuống ngẫu nhiên ba cuốn sách, tính xác suất của biến cố “Ba cuốn sách được chọn cùng loại”.

Lời giải

Số kết quả chọn được hai cuốn sách bất kì là $C_9^3 = 84$

Gọi A là biến cố “Ba cuốn sách được chọn là sách Toán”, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_4^3 = 4$.

Gọi B là biến cố “Ba cuốn sách được chọn là sách Văn”, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_5^3 = 10$.

Do đó $A \cup B$ là biến cố “Cả ba cuốn sách được chọn cùng loại”. Do A và B là hai biến cố xung khắc nên:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{84} + \frac{10}{84} = \frac{1}{6}.$$

Ví dụ 5: Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu trong hộp. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu cùng màu.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{20}^2 = 190$.

Gọi A là biến cố “Lấy được 2 quả cầu cùng màu”

A_1 là biến cố “Lấy được 2 quả cầu màu trắng”

A_2 là biến cố “Lấy được 2 quả cầu màu đen”

Do $A_1; A_2$ là hai biến cố xung khắc nên

theo quy tắc cộng xác suất, ta có: $P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{n(A_1)}{n(\Omega)} + \frac{n(A_2)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^2}{C_{20}^2} + \frac{C_{12}^2}{C_{20}^2} = \frac{47}{95}$.

Cho hai biến cố A và B bất kì. Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B)$.

Ví dụ 6: Một lớp học gồm 45 học sinh trong đó có 25 học sinh giỏi toán, 15 học sinh giỏi Lý và 10 học sinh giỏi Toán lẫn Lý. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Hãy tính xác suất để học sinh đó giỏi Toán hoặc giỏi Lý

Lời giải

Gọi A là biến cố “học sinh học giỏi Toán”

Gọi B là biến cố “học sinh học giỏi Lý”

Ta có: AB là biến cố học sinh giỏi Toán và Lý

$A \cup B$ là biến cố học sinh giỏi Toán hoặc Lý

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}; P(B) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}; P(AB) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

$$\text{nên } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{5}{9} + \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$$

Vậy xác suất để chọn được một học sinh giỏi Toán hoặc giỏi Lý là $\frac{2}{3}$.

Ví dụ 7: Một lớp học gồm 40 học sinh trong đó có: 15 học sinh giỏi toán, 10 học sinh giỏi Lý và 5 học sinh giỏi Toán lẫn Lý. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Hãy tính xác suất để học sinh đó giỏi toán hay giỏi lý

Lời giải

A là biến cố học sinh giỏi toán

B là biến cố học sinh giỏi lý

Ta có: AB là biến cố học sinh giỏi toán và lý

$A \cup B$ là biến cố học sinh giỏi toán hay lý

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}; P(AB) = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Ví dụ 8: Trong một thùng phiếu bốc thăm trúng thưởng có 30 lá phiếu được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Người ta rút ra từ thùng phiếu một lá thăm bất kì. Tính xác suất của biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4 hoặc 5”

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4”.

Từ 1 đến 30 có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố A , nên $P(A) = \frac{7}{30}$.

Gọi B là biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 5”.

Từ 1 đến 30 có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố B , nên $P(B) = \frac{6}{30}$.

Một số chia hết cho cả 4 và 5 thì nó chia hết cho 20, từ 1 đến 30 có 1 kết quả, nên

$$P(A.B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B) = \frac{7}{30} + \frac{6}{30} + \frac{1}{30} = \frac{7}{15}.$$

Ví dụ 9: Tại lớp 11A1 trường THPT X, thống kê cho thấy có 95% học sinh yêu thích môn Toán, 62% học sinh yêu thích môn Lịch sử và 59% học sinh yêu thích cả hai môn Toán và Lịch sử. Tính tỉ lệ học sinh của lớp 11A1 đó không yêu thích cả hai môn Toán và Lịch sử.

Lời giải

Gọi các biến cố như sau:

A : “Học sinh yêu thích môn Toán”;

B : “Học sinh yêu thích môn Lịch sử”.

Theo bài ra ta có $P(A) = 0,95$; $P(B) = 0,62$; $P(AB) = 0,59$.

Áp dụng công thức cộng xác suất, ta có:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,95 + 0,62 - 0,59 = 0,98.$$

Do đó, xác suất học sinh lớp 11A1 trường THPT X yêu thích môn Toán hoặc Lịch sử là 0,98.

Vậy tỉ lệ học sinh lớp 11A1 trường THPT X không yêu thích cả hai môn Toán và Lịch sử là:
 $1 - 0,98 = 0,02 = 2\%$.

Ví dụ 10: Trong câu lạc bộ thể thao của trường Đại Học A theo thống kê thì có 90% sinh viên thích chơi môn bóng đá, 68% sinh viên thích chơi môn bóng chuyền và có 7% không thích chơi cả 2 môn bóng đá và bóng chuyền. Tính tỷ lệ sinh viên thích chơi cả 2 môn bóng đá và bóng chuyền.

Lời giải

Gọi A, B lần lượt là biến cố sinh viên yêu thích môn bóng đá và môn bóng chuyền.

Theo bài ra ta có: $P(A) = 0.9$; $P(B) = 0.68$.

Xác suất sinh viên thích chơi môn bóng đá hoặc bóng chuyền: $P(A \cup B) = 1 - 0.07 = 0.93$.

Áp dụng công thức xác suất ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

$$\Leftrightarrow 0.93 = 0.9 + 0.68 - P(AB) \Rightarrow P(AB) = 0.65.$$

Câu 1: Cho A và B là các biến cố bất kì. Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
 B. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.
 C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.
 D. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(AB)$.

Lời giải

Nếu A và B là các biến cố bất kì thì ta luôn có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

Câu 2: Cho A và B là hai biến cố xung khắc. Khẳng định nào sau đây là sai

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
 B. $P(A \cup B) = P(A)P(B)$.
 C. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.
 D. $P(AB) = 0$.

Lời giải

Nếu A và B là các biến cố xung khắc thì ta luôn có $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ và $P(AB) = 0$.

Khi đó khẳng định sai là $P(A \cup B) = P(A)P(B)$.

Câu 3: Cho A, B là hai biến cố. Biết $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{7}{8}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{24}$. Biến cố $A \cup B$ là biến cố

- A. Có xác suất bằng $\frac{1}{4}$.
 B. Chắc chắn.
 C. Không xảy ra.
 D. Có xác suất bằng $\frac{1}{8}$.

Lời giải

$$A, B \text{ là hai biến cố bất kỳ ta luôn có: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{24} = 1$$

Vậy $A \cup B$ là biến cố chắc chắn.

Câu 4: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. $\frac{3}{5}$.
 B. $\frac{8}{15}$.
 C. $\frac{2}{15}$.
 D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Cho A, B là hai biến cố xung khắc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}.$$

Câu 5: Cho biến cố A và biến cố đối $\bar{A}$. Khẳng định nào sau đây là sai.

- A. $A \cap \bar{A} = \emptyset$.
 B. $P(A \cap \bar{A}) = 1$.
 C. $P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$.
 D. $P(A \cup \bar{A}) = 1$.

Lời giải

Vì biến cố A và biến cố đối $\bar{A}$ cũng là hai biến cố xung khắc nên

Khẳng định A là khẳng định đúng.

Khẳng định B là khẳng định sai vì $A \cap \bar{A} = \emptyset$ nên $P(A \cap \bar{A}) = 0$.

Khẳng định C là khẳng định đúng vì biến cố A và biến cố đối $\bar{A}$ là hai biến cố xung khắc.

Khẳng định D là khẳng định đúng vì $A \cup \bar{A} = \Omega$ nên $P(A \cup \bar{A}) = 1$.

Câu 6: Lớp 11A8 trường THPT X có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn từ lớp này để tham dự cuộc họp của trường. Tính xác suất chọn được hai bạn có cùng giới tính để đi dự cuộc họp.

A. $\frac{19}{99}$.

B. $\frac{10}{33}$.

C. $\frac{49}{99}$.

D. $\frac{29}{99}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{45}^2$.

Gọi A là biến cố: “Chọn được hai bạn nam”

$$\text{Có } P(A) = \frac{C_{25}^2}{C_{45}^2}.$$

Gọi B là biến cố: “Chọn được hai bạn nữ”

$$\text{Có } P(B) = \frac{C_{20}^2}{C_{45}^2}.$$

$$\text{Do } A \text{ và } B \text{ là hai biến cố xung khắc nên } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_{25}^2 + C_{20}^2}{C_{45}^2} = \frac{49}{99}.$$

Câu 7: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

A. $\frac{19}{99}$.

B. $\frac{10}{33}$.

C. $\frac{11}{36}$.

D. $\frac{29}{99}$.

Lời giải

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A : “ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm”.

Khi đó $\bar{A}$: “không có lần nào xuất hiện mặt sáu chấm”.

Ta có $n(\bar{A}) = 5.5 = 25$.

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}.$$

Câu 8: Gieo một đồng tiền 5 lần cân đối và đồng chất. Xác suất để được ít nhất một đồng tiền xuất hiện mặt sấp là:

A. $\frac{19}{99}$.

B. $\frac{10}{33}$.

C. $\frac{31}{32}$.

D. $\frac{29}{99}$.

Lời giải

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 2^5 = 32$.

A: “được ít nhất một đồng tiền xuất hiện mặt sấp”.

Xét biến cố đối $\bar{A}$: “không có đồng tiền nào xuất hiện mặt sấp”.

$\bar{A} = \{(N, N, N, N, N)\}$, có $n(\bar{A}) = 1$.

Suy ra $n(A) = 32 - 1 = 31$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{31}{32}$.

Câu 9: Chọn ngẫu nhiên một số có hai chữ số. Xác suất để số được chọn chia hết cho 11 hoặc 15 là

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{13}{45}$.

Lời giải

Có 90 số tự nhiên có hai chữ số (từ số 10 đến số 99).

Suy ra: $n(\Omega) = 90$.

Gọi M là biến cố: “số được chọn chia hết cho 11 hoặc 15”.

Gọi A là biến cố: “số được chọn chia hết cho 11”.

Gọi B là biến cố: “số được chọn chia hết cho 15”.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A và biến cố B là: $n(A) = 9, n(B) = 6$.

Suy ra: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{10}, P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{15}$.

Trong các số từ 10 đến 99 không có số nào chia hết cho cả 11 và 15. Vì thế A và B là hai biến cố xung khắc. Suy ra: $P(M) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6}$.

Câu 10: Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên 1 đến 9. Xác suất để số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ là

A. $\frac{5}{42}$.

B. $\frac{5}{28}$.

C. $\frac{5}{14}$.

D. $\frac{5}{21}$.

Lời giải

Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên 1 đến 9 là:

$$9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \text{ số.}$$

Suy ra: $n(\Omega) = 504$.

Gọi M là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ”.

Gọi A là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số là số chính phương”.

Gọi B là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số là số lẻ”.

Gọi $\overline{abc}$ là một số được lấy ra từ tập X .

Ta xét các kết quả thuận lợi cho biến cố A .

Vì $a.b.c$ là một số chính phương nên ba số a, b, c được lấy từ một trong các bộ số sau:

$$\{1; 4; 9\}, \{2; 3; 6\}, \{1; 2; 8\}, \{2; 8; 9\}, \{3; 6; 8\}.$$

Ứng với mỗi bộ số ta có: $3! = 6$ số thỏa mãn.

Suy ra, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 6.5 = 30$. Suy ra: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{84}$.

Ta xét các kết quả thuận lợi cho biến cố B .

Vì $a.b.c$ là một số lẻ nên cả ba số a, b, c đều lẻ.

Chọn a, b, c từ các số 1; 3; 5; 7; 9 có phân biệt thứ tự. Suy ra, có: $5.4.3 = 60$ số thỏa mãn.

Suy ra, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $n(B) = 60$. Suy ra: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{42}$.

Trong các số lấy ra từ tập M không có số nào cùng thuộc tập A và tập B .

Vì thế A và B là hai biến cố xung khắc. Suy ra: $P(M) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{28}$.

Câu 11: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{11}{23}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{268}{529}$.

D. $\frac{12}{23}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 2 trong 23 số: $n(\Omega) = C_{23}^2$.

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên có 12 số lẻ và 11 số chẵn.

Gọi A là biến cố “hai số được chọn có tổng là một số chẵn”.

Để chọn được hai số thỏa bài toán, ta có các trường hợp:

Hai số được chọn đều là số lẻ: có C_{12}^2 cách.

Hai số được chọn đều là số chẵn: có C_{11}^2 cách.

Do đó $n(A) = C_{12}^2 + C_{11}^2$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{12}^2 + C_{11}^2}{C_{23}^2} = \frac{11}{23}$.

Câu 12: Gọi X là tập chứa tất cả các số tự nhiên có 13 chữ số và chỉ gồm các chữ số "0" và "1" chọn ngẫu nhiên từ X một số tự nhiên. Xác suất để chọn được số tự nhiên chia hết cho 30 là

A. $\frac{85}{512}$.

B. $\frac{341}{4096}$.

C. $\frac{341}{2048}$.

D. $\frac{683}{4096}$.

Lời giải

Có X là tập chứa tất cả các số tự nhiên có 13 chữ số và chỉ gồm các chữ số "0" và "1"

Suy ra các phần tử x thuộc X luôn có số hạng đầu là 1 còn 12 vị trí xếp cho các chữ số "0" và "1".

Nên các phần tử x thuộc X chứa 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 chữ số 1.

Suy ra số phần tử của tập X là:

$$1 + C_{12}^1 + C_{12}^2 + C_{12}^3 + C_{12}^4 + C_{12}^5 + C_{12}^6 + C_{12}^7 + C_{12}^8 + C_{12}^9 + C_{12}^{10} + C_{12}^{11} + C_{12}^{12} = 2^{12} = 4096.$$

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 4096$.

Gọi A là biến cố thỏa yêu cầu bài.

Gọi x là số tự nhiên có 13 chữ số và x chia hết cho 30.

Có x chia hết cho 30 nên x có chữ số tận cùng là 0.

x cấu trúc bởi 0 và 1 nên chữ số đầu phải là 1.

x chia hết cho 3 nên x phải chứa thêm 2 chữ số 1, hoặc 5 chữ số 1 hoặc 8 chữ số 1 hoặc 11 chữ số 1.

TH1: x chứa thêm 2 chữ số 1 có C_{11}^2 (số).

TH2: x chứa thêm 5 chữ số 1 có C_{11}^5 (số).

TH3: x chứa thêm 8 chữ số 1 có C_{11}^8 (số).

TH4: x chứa thêm 11 chữ số 1 có C_{11}^{11} (số).

Số các số x được tạo ra là $C_{11}^2 + C_{11}^5 + C_{11}^8 + C_{11}^{11} = 55 + 462 + 165 + 1 = 683$.

Suy ra $|\Omega_A| = 683$.

Xác suất để chọn được số tự nhiên chia hết cho 30 là: $P = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{683}{4096}$.

Câu 13: Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết lên bảng một số tự nhiên thuộc $[1; 22]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng là một số không chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{888}{1331}$.

B. $\frac{443}{1331}$.

C. $\frac{3549}{5324}$.

D. $\frac{1775}{5324}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = 22^3 = 10648$.

Trong các số tự nhiên thuộc $[1; 22]$

có 7 số chia hết cho 3 là $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21\}$,

có 8 số chia 3 dư 1 là $\{1; 4; 7; 9; 13; 16; 19; 22\}$

có 7 số chia 3 dư 2 là $\{2; 5; 8; 11; 14; 17; 20\}$.

Để 3 số viết ra có tổng là một số chia hết cho 3 thì sẽ có các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 số viết ra đều chia hết cho 3 nên sẽ có $(C_7^1)^3 = 7^3$ cách viết.

TH2: Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 1 nên sẽ có $(C_8^1)^3 = 8^3$ cách viết.

TH3: Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 2 nên sẽ có $(C_7^1)^3 = 7^3$ cách viết.

TH4: Trong 3 số viết ra có 1 số chia hết cho 3, có 1 số chia cho 3 dư 1, có 1 số chia cho 3 dư 2 nên ta có $C_7^1.C_8^1.C_7^1.3! = 7.8.7.3!$ cách viết.

Khi đó xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 là $\frac{7^3 + 8^3 + 7^3 + 7.8.7.3!}{10648} = \frac{1775}{5324}$.

Vậy xác suất để ba số được viết ra có tổng không chia hết cho 3 là $1 - \frac{1775}{5324} = \frac{3549}{5324}$.

Câu 14: Trong đợt rét lạnh thứ hai của Hà Nội, giáo viên A muốn mua 7 cái áo phao ấm để tặng học sinh, biết cửa hàng có 14 cái áo phao ấm gồm màu đỏ, xanh, vàng, trong đó có 7 áo màu đỏ, 5 áo màu xanh, 2 áo màu vàng. Tính xác suất để giáo viên A mua được 7 cái áo phao ấm sao cho mỗi loại có ít nhất 1 màu.

- A. $\frac{2603}{3432}$. B. $\frac{829}{3432}$. C. $\frac{217}{286}$. D. $\frac{69}{286}$.

Lời giải

Ω : “chọn ra 7 áo phao ấm trong 14 áo phao” $\Rightarrow n(\Omega) = C_{14}^7 = 3432$.

A: “chọn ra 7 áo phao ấm trong 14 áo phao sao cho mỗi loại có ít nhất 1 màu”

Số cách chọn 7 áo phao màu đỏ, xanh là $C_{7+5}^7 = C_{12}^7$.

Số cách chọn 7 áo phao màu đỏ, vàng là $C_{7+2}^7 = C_9^7$.

Số cách chọn 7 áo phao màu xanh, vàng là $C_{5+2}^7 = C_7^7$.

Số cách chọn 7 áo phao màu đỏ là C_7^7 .

Suy ra $n(A) = C_{14}^7 - C_{12}^7 - C_9^7 - C_7^7 + C_7^7 = 2604$.

Ta có $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2604}{3432} = \frac{217}{286}$.

Câu 15: Một trường THPT dự định chọn một địa điểm cho học sinh học tập trải nghiệm ở Hà Nội hoặc Quảng Ninh. Nếu chọn Hà Nội thì có 8 địa điểm, nếu chọn Quảng Ninh thì có 5 địa điểm. Hỏi trường THPT đó có bao nhiêu cách để chọn một địa điểm học tập trải nghiệm cho học sinh?

- A. 40. B. 13. C. 56. D. 20.

Lời giải

Nếu chọn Hà Nội thì có 8 cách chọn một địa điểm học tập trải nghiệm cho học sinh.

Nếu chọn Quảng Ninh thì có 5 cách chọn một địa điểm học tập trải nghiệm cho học sinh.

Vậy trường THPT đó có $8 + 5 = 13$ cách chọn một địa điểm học tập trải nghiệm cho học sinh.

Câu 16: Bạn Anh muốn mua một loại đồ uống. Biết trà chanh có 8 vị khác nhau, trà sữa cũng có 8 vị khác nhau. Như vậy bạn Anh có bao nhiêu cách chọn?

- A. 16. B. 64. C. 32. D. 20.

Lời giải

Chọn trà chanh: có 8 cách

Chọn trà sữa: có 8 cách

Theo quy tắc cộng, số cách chọn là: $8+8=16$ (cách).

Câu 17: Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có hai tuyến xe bus 11 và 22. Mỗi ngày tuyến số 11 có 10 chuyến, tuyến số 22 có 15 chuyến. Hỏi một người muốn đi từ tỉnh A đến tỉnh B bằng xe bus có bao nhiêu cách chọn.

A. 25.

B. 33.

C. 21.

D. 37.

Lời giải

Chọn tuyến 11: có 10 cách

Chọn tuyến 22: có 15 cách

Theo quy tắc cộng, số cách mua là: $10+15=25$ (cách).

Câu 18: Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ?

A. $\frac{219}{323}$.

B. $\frac{219}{323}$.

C. $\frac{63}{506}$.

D. $\frac{443}{556}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “4 học sinh được gọi có cả nam và nữ”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “4 học sinh được gọi toàn là nam hoặc toàn là nữ”.

Gọi B là biến cố “4 học sinh được gọi đều là nam”.

Gọi C là biến cố “4 học sinh được gọi đều là nữ”.

Ta có: $B \cup C = \bar{A}$; $B \cap C = \emptyset$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{25}^4 = 12650$.

Ta có: $n(\bar{A}) = n(B \cup C) = n(B) + n(C) = C_{15}^4 + C_{10}^4 = 1575$.

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{63}{506}$$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{63}{506} = \frac{443}{506}$.

Câu 19: Một hộp đựng 1 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{1}{21}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Chọn được 2 viên bi xanh”;

B là biến cố “Chọn được 2 viên bi đỏ”;

C là biến cố “Chọn được 2 viên bi vàng”;

X là biến cố “Chọn được 2 viên bi cùng màu”.

Ta có: $X = A \cup B \cup C$ và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc.

Do đó, ta có: $P(X) = P(A) + P(B) + P(C)$.

$$\text{Mà: } P(A) = 0, P(B) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{2}{7}, P(C) = \frac{C_2^2}{C_7^2} = \frac{1}{21}.$$

$$\text{Vậy: } P(X) = 0 + \frac{2}{7} + \frac{1}{21} = \frac{1}{3}.$$

Biến cố “Chọn được 2 viên bi khác màu” chính là biến cố $\bar{X}$.

$$\text{Vậy: } P(\bar{X}) = 1 - P(X) = \frac{2}{3}.$$

Câu 20: Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên hai bi, tính xác suất biến cố A : “hai viên bi cùng màu”.

$$\text{A. } P(A) = \frac{4}{195}. \quad \text{B. } P(A) = \frac{6}{195}. \quad \text{C. } P(A) = \frac{4}{15}. \quad \text{D. } P(A) = \frac{64}{195}.$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } |\Omega| = C_{40}^2$$

$$\text{Gọi các biến cố: D: “lấy được 2 bi viên đỏ” ta có: } |\Omega_D| = C_{20}^2 = 190;$$

$$\text{X: “lấy được 2 bi viên xanh” ta có: } |\Omega_X| = C_{10}^2 = 45;$$

$$\text{V: “lấy được 2 bi viên vàng” ta có: } |\Omega_V| = C_6^2 = 15;$$

$$\text{T: “lấy được 2 bi màu trắng” ta có: } |\Omega_T| = C_4^2 = 6.$$

Ta có D, X, V, T là các biến cố đôi một xung khắc và $A = D \cup X \cup V \cup T$

$$P(A) = P(D) + P(X) + P(V) + P(T) = \frac{256}{C_{40}^2} = \frac{64}{195}.$$

Câu 21: Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 1 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi tính xác suất biến cố A: “2 viên bi cùng màu”.

$$\text{A. } P(C) = \frac{1}{9}. \quad \text{B. } P(C) = \frac{2}{9}. \quad \text{C. } P(C) = \frac{4}{9}. \quad \text{D. } P(C) = \frac{1}{3}.$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } n(\Omega) = C_{10}^2$$

Gọi các biến cố: D: “lấy được 2 viên đỏ”; X: “lấy được 2 viên xanh”;

V: “lấy được 2 viên vàng”

Ta có D, X, V là các biến cố đôi một xung khắc và $C = D \cup X \cup V$

$$P(C) = P(D) + P(X) + P(V) = \frac{2}{5} + \frac{C_3^2}{45} + \frac{1}{15} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}.$$

Câu 22: Một lớp có 60 sinh viên trong đó 40 sinh viên học tiếng Anh, 30 sinh viên học tiếng Pháp và 20 sinh viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên. Tính xác suất của các biến cố sinh viên được chọn không học tiếng Anh và tiếng Pháp.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Gọi A : "Sinh viên được chọn học tiếng Anh";

B : "Sinh viên được chọn chỉ học tiếng Pháp";

D : "Sinh viên được chọn không học tiếng Anh và tiếng Pháp".

Ta có:

$$\text{Rõ ràng } P(A) = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \text{ và } P(A \cap B) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Từ đó } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\text{và } P(D) = P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

Câu 23: Theo thống kê, lớp 11 A có 70% số bạn thích môn bóng đá, 50% số bạn thích môn bóng rổ và 30% số bạn thích cả hai môn. Tính tỉ lệ học sinh không thích cả hai môn bóng đá và bóng rổ của lớp 11 A.

A. 20%.

B. 25%.

C. 15%.

D. 10%.

Lời giải

Gọi A là biến cố học sinh thích bóng đá của lớp, B là biến cố học sinh thích bóng rổ của lớp.

Khi đó $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,5$; $P(AB) = 0,3$.

Tỉ lệ học sinh thích một trong hai môn là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,7 + 0,5 - 0,3 = 0,9.$$

Tỉ lệ học sinh không thích cả hai môn bóng đá và bóng rổ là

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,9 = 0,1.$$

Chọn đáp án D.

Câu 24: Một chiếc hộp có mười thẻ đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Xét biến cố A : "Rút được một thẻ được ghi số chẵn và một thẻ được ghi số lẻ" và B : "Cả hai thẻ rút ra là thẻ chẵn". Tính $P(A \cup B)$?

A. $\frac{8}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{7}{9}$.

Lời giải

$$\text{Vì có 5 số chẵn và 5 số lẻ nên ta có: } P(A) = \frac{C_5^1 \cdot C_5^1}{C_{10}^2} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}, P(B) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}.$$

$$\text{Vì hai biến cố } A \text{ và } B \text{ xung khắc nên: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}.$$

Câu 25: Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ bằng

A. $\frac{1148}{90000}$.

B. $\frac{77}{1500}$.

C. $\frac{7}{5000}$.

D. $\frac{1001}{30000}$.

Lời giải

Vì $a_2 + 1 \leq a_3 - 3 \Rightarrow \begin{cases} a_2 \leq 5 \\ a_3 \geq 4 \end{cases}$.

Số có dạng $\overline{1042a_5}$ có 10 cách chọn a_5 .

Số có dạng $\overline{1043a_5}$ có 9 cách chọn a_5 .

.....

Số có dạng $\overline{1049a_5}$ có 3 cách chọn a_5 .

Vậy những số có dạng $\overline{104a_4a_5}$ có $3 + 4 + \dots + 10 = 52$ số.

Số có dạng $\overline{1053a_5}$ có 9 cách chọn a_5 .

Số có dạng $\overline{1054a_5}$ có 8 cách chọn a_5 .

.....

Số có dạng $\overline{1059a_5}$ có 3 cách chọn a_5 .

Vậy những số có dạng $\overline{105a_4a_5}$ có $52 - 10 = 42$ số.

Vậy những số có dạng $\overline{106a_4a_5}$ có $42 - 9 = 33$ số.

Vậy những số có dạng $\overline{107a_4a_5}$ có $33 - 8 = 25$ số.

Vậy những số có dạng $\overline{108a_4a_5}$ có $25 - 7 = 18$ số.

Vậy những số có dạng $\overline{109a_4a_5}$ có $18 - 6 = 12$ số.

Kết luận: Những số có dạng $\overline{10a_3a_4a_5}$ có $12 + 18 + 25 + 33 + 42 + 52 = 182$ số.

Những số có dạng $\overline{11a_3a_4a_5}$ ($a_3 \geq 5$) có $12 + 18 + 25 + 33 + 42 = 130$ số.

Những số có dạng $\overline{12a_3a_4a_5}$ ($a_3 \geq 6$) có $12 + 18 + 25 + 33 = 88$ số.

Những số có dạng $\overline{13a_3a_4a_5}$ ($a_3 \geq 7$) có $12 + 18 + 25 = 55$ số.

Những số có dạng $\overline{14a_3a_4a_5}$ ($a_3 \geq 8$) có $12 + 18 = 30$ số.

Những số có dạng $\overline{15a_3a_4a_5}$ ($a_3 \geq 9$) có 12 số.

Kết luận: Những số có dạng $\overline{1a_2a_3a_4a_5}$ có $12 + 30 + 55 + 88 + 130 + 182 = 497$ số.

Từ đó ta lập luận như sau:

Những số có dạng $\overline{2a_2a_3a_4a_5}$ ($a_2 \geq 1$) có $12 + 30 + 55 + 88 + 130 = 315$ số.

Những số có dạng $\overline{3a_2a_3a_4a_5}$ ($a_2 \geq 2$) có $12 + 30 + 55 + 88 = 185$ số.

Những số có dạng $\overline{4a_2a_3a_4a_5}$ ($a_2 \geq 3$) có $12 + 30 + 55 = 97$ số.

Những số có dạng $\overline{5a_2a_3a_4a_5}$ ($a_2 \geq 4$) có $12 + 30 = 42$ số.

Những số có dạng $\overline{6a_2a_3a_4a_5}$ ($a_2 \geq 5$) có 12 số.

Vậy những số thỏa yêu cầu bài toán là $12 + 42 + 97 + 185 + 315 + 497 = 1148$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1148}{90000}$.

D // **BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI**

Câu 1: Một hộp đựng 30 tấm thẻ có đánh số từ 1 đến 30, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp, khi đó xác suất để lấy được:

a) Thẻ đánh số chia hết cho 3 bằng: $\frac{1}{3}$

b) Thẻ đánh số chia hết cho 4 bằng: $\frac{11}{30}$

c) Thẻ đánh số chia hết cho 3 và chia hết cho 4 bằng: $\frac{1}{15}$

d) Thẻ đánh số chia hết cho 3 hoặc 4 bằng: $\frac{1}{2}$

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: "Lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3".

Suy ra $n(A) = 10$ và $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

b) Sai: Gọi B là biến cố "Lấy được thẻ đánh số chia hết cho 4".

Suy ra $n(B) = 7$ và $P(B) = \frac{7}{30}$.

c) Đúng: Ta có AB là biến cố: "Lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 và chia hết cho 4".

Suy ra $AB = \{12; 24\}$, $n(AB) = 2$ và $P(AB) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$.

d) Đúng: Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 hoặc 4 là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{3} + \frac{7}{30} - \frac{1}{15} = \frac{1}{2}$$

Câu 2: Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất bắn trúng đích của người thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là 0,7; 0,6; 0,8. Khi đó:

a) Gọi A là biến cố "người thứ nhất bắn trúng đích" $\Rightarrow P(A) = 0,7; P(\bar{A}) = 0,3$.

b) Gọi B là biến cố "người thứ hai bắn trúng đích" $\Rightarrow P(B) = 0,6; P(\bar{B}) = 0,4$.

c) Gọi C là biến cố "người thứ ba bắn trúng đích" $\Rightarrow P(C) = 0,8; P(\bar{C}) = 0,2$.

d) Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích 0,452.

Lời giải

Gọi X là biến cố "có đúng 2 người bắn trúng đích".

a) Sai: Gọi A là biến cố "người thứ nhất bắn trúng đích" $\Rightarrow P(A) = 0,7; P(\bar{A}) = 0,3$.

b) Đúng: Gọi B là biến cố "người thứ hai bắn trúng đích" $\Rightarrow P(B) = 0,6; P(\bar{B}) = 0,4$.

c) Đúng: Gọi C là biến cố "người thứ ba bắn trúng đích" $\Rightarrow P(C) = 0,8; P(\bar{C}) = 0,2$.

d) Đúng: A, B, C là ba biến cố độc lập nên ta có:

$$\begin{aligned} P(X) &= P(AB\bar{C}) + P(A\bar{B}C) + P(\bar{A}BC) \\ &= 0,7 \times 0,6 \times 0,2 + 0,7 \times 0,4 \times 0,8 + 0,3 \times 0,6 \times 0,8 = 0,452. \end{aligned}$$

- Câu 3:** Cả hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia là 0,8; người thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Khi đó xác suất để:
- Người thứ nhất bắn trúng và người thứ hai bắn không trúng bia bằng 0,14
 - Người thứ nhất bắn không trúng và người thứ hai bắn trúng bia bằng 0,14
 - Hai người đều bắn trúng bia bằng 0,56
 - Có ít nhất một người bắn trúng bia bằng 0,94

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người thứ nhất bắn trúng bia". Ta có: $P(A) = 0,8$.

Gọi B là biến cố "Người thứ hai bắn trúng bia". Ta có: $P(B) = 0,7$.

Gọi C là biến cố "Có ít nhất một người bắn trúng bia".

Để có ít nhất một người bắn trúng ta có các trường hợp sau đây:

- Sai: Biến cố người thứ nhất bắn trúng và người thứ hai bắn không trúng bia là $A\bar{B}$ và $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$.
- Đúng: Biến cố người thứ nhất bắn không trúng và người thứ hai bắn trúng bia là $\bar{A}B$ và $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14$.
- Đúng: Biến cố cả hai người đều bắn trúng bia là AB
 $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

Biến cố để có ít nhất một người bắn trúng là $C = A\bar{B} \cup \bar{A}B \cup AB$.

- Đúng: Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là:

$$P(C) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(AB) = 0,24 + 0,14 + 0,56 = 0,94.$$

- Câu 4:** Túi X chứa ba viên bi trắng và hai viên bi đỏ. Túi Y chứa một màu trắng và ba màu đỏ viên bi. Người ta chọn ngẫu nhiên mỗi hộp và lấy ra hai viên bi.

- Gọi A là biến cố "Lấy được viên bi màu trắng từ túi X " khi đó: $P(A) = \frac{3}{5}$
- Gọi B là biến cố "Lấy được viên bi màu trắng từ túi Y " khi đó: $P(B) = \frac{1}{3}$
- Gọi X_2 là biến cố "Lấy được hai viên bi cùng màu đỏ" khi đó: $P(X_2) = \frac{4}{5}$
- Xác suất để lấy được hai viên bi cùng màu bằng $P(X) = \frac{7}{15}$.

Lời giải

- Đúng: Gọi A là biến cố "Lấy được viên bi màu trắng từ túi X "; B là biến cố "Lấy được viên bi màu trắng từ túi Y ";

X_1 là biến cố "Lấy được hai viên bi cùng màu trắng".

b) Đúng: Ta có: $P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{1}{3}$.

Vì A và B là hai biến cố độc lập và $X_1 = A \cap B$ nên $P(X_1) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$.

c) Sai: X_2 là biến cố "Lấy được hai viên bi cùng màu đỏ".

Vì $\bar{A}$ và $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập và $X_2 = \bar{A} \cap \bar{B}$ nên $P(X_2) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$.

d) Đúng: Biến cố để hai viên bi lấy ra cùng màu là $X = X_1 \cup X_2$

Vì X_1 và X_2 là hai biến cố xung khắc, xác suất để hai viên bi lấy ra cùng màu là:

$$P(X) = P(X_1) + P(X_2) = \frac{1}{5} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}.$$

Câu 5: Trên một giá sách có 15 quyển sách, trong đó có 5 quyển văn nghệ. Lấy ngẫu nhiên từ đó ba quyển. Khi đó:

a) Xác suất để lấy ngẫu nhiên 3 quyển trong đó có 1 cuốn văn nghệ là: $\frac{45}{91}$.

b) Xác suất để lấy ngẫu nhiên 3 quyển trong đó có 2 cuốn văn nghệ là: $\frac{14}{91}$.

c) Xác suất để lấy ngẫu nhiên 3 quyển trong đó có 3 cuốn văn nghệ là: $\frac{2}{9}$.

d) Xác suất sao cho có ít nhất một quyển văn nghệ là: $\frac{67}{91}$

Lời giải

a) Đúng: Xác suất để lấy ngẫu nhiên 3 quyển trong đó có 1 cuốn văn nghệ là: $\frac{C_5^1 \cdot C_{10}^2}{C_{15}^3} = \frac{45}{91}$.

b) Sai: Xác suất để lấy ngẫu nhiên 3 quyển trong đó có 2 cuốn văn nghệ là: $\frac{C_5^2 \cdot C_{10}^1}{C_{15}^3} = \frac{20}{91}$.

c) Sai: Xác suất để lấy ngẫu nhiên 3 quyển trong đó có 3 cuốn văn nghệ là: $\frac{C_5^3}{C_{15}^3} = \frac{2}{91}$.

d) Đúng: Vậy xác suất để lấy ngẫu nhiên 3 quyển trong đó có ít nhất 1 cuốn văn nghệ là:

$$P = \frac{2}{91} + \frac{45}{91} + \frac{20}{91} = \frac{67}{91}$$

Câu 6: Một hộp đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ, khi đó:

a) Gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", suy ra $n(A) = 5$

b) Gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", suy ra $P(A) = \frac{1}{2}$

c) Gọi B là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 7", suy ra $P(B) = \frac{1}{8}$.

d) Xác suất để rút được thẻ đánh số chia hết cho 2 hoặc 7 bằng $\frac{3}{7}$

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", suy ra $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$

b) Đúng: $P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

c) Sai: Gọi B là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 7", suy ra $B = \{7\}$ và $P(B) = \frac{1}{10}$.

d) Sai: Ta có $A \cup B$ là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2 hoặc 7".

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$.

Câu 7: Một hộp đựng 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ, gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", gọi B là biến cố rút được thẻ đánh số chia hết cho 3. Khi đó:

a) $P(A) = \frac{1}{2}$.

b) $P(B) = \frac{3}{10}$.

c) $P(AB) = \frac{3}{20}$.

d) Xác suất để rút được thẻ mang số chia hết cho 2 hoặc 3 bằng $\frac{13}{18}$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", ta có:

$A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20\}$, suy ra $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

b) Đúng: Gọi B là biến cố rút được thẻ đánh số chia hết cho 3, ta có:

$B = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$, suy ra $P(B) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

c) Đúng: Ta có biến cố giao $AB = \{6; 12; 18\}$, suy ra $P(AB) = \frac{3}{20}$.

d) Sai: Xác suất để rút được thẻ đánh số chia hết cho 2 hoặc 3 là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$$

- Câu 8:** Chọn ngẫu nhiên một vé số có năm chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Gọi A là biến cố: "Lấy được vé không có chữ số 2" và B : "Lấy được vé số không có chữ số 7".
- a) $P(A) = (0,9)^5$
- b) $P(B) = (0,9)^4$
- c) $P(AB) = (0,8)^4$
- d) Xác suất của biến cố X : "Lấy được vé không có chữ số 2 hoặc chữ số 7" bằng: 0,8533

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: "Lấy được vé không có chữ số 2" và B : "Lấy được vé số không có chữ số 7".

Số các dãy gồm 5 chữ số lập được mà không có chữ số 2: 9^5 . Suy ra $P(A) = \frac{9^5}{10^5} = (0,9)^5$.

b) Sai: Số các dãy gồm 5 chữ số lập được mà không có chữ số 7: 9^5 (số).

Suy ra $P(B) = \frac{9^5}{10^5} = (0,9)^5$.

c) Sai: Số các dãy gồm 5 chữ số lập được mà không có chữ số 2 và 7 là 8^5 .

Suy ra $P(AB) = \frac{8^5}{10^5} = (0,8)^5$.

d) Đúng: Vậy xác suất của X là:

$$P(X) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = (0,9)^5 + (0,9)^5 - (0,8)^5 = 0,8533.$$

- Câu 9:** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 18 học sinh tham gia môn bóng đá và 10 học sinh tham gia môn bóng chuyền, trong đó có 6 học sinh tham gia cả hai môn bóng đá và bóng chuyền. Thầy giáo chọn ngẫu nhiên một học sinh từ lớp học để làm nhiệm vụ đặc biệt, gọi A là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn bóng đá", B là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn bóng chuyền". Khi đó:

a) $P(A) = \frac{9}{20}$

b) $P(B) = \frac{1}{4}$

c) $P(AB) = \frac{7}{20}$

d) Xác suất để học sinh được chọn có tham gia ít nhất một trong hai môn thể thao bằng $\frac{13}{20}$

Lời giải

Đúng: Gọi A là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn bóng đá", B là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn bóng chuyền".

Ta có: $P(A) = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$, $P(B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ và $P(AB) = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$.

a) Đúng: $P(A) = \frac{9}{20}$

b) Đúng: $P(B) = \frac{1}{4}$

c) Sai: $P(AB) = \frac{7}{20}$

d) Xác suất để chọn được một học sinh tham gia ít nhất một trong hai môn bóng đá, bóng chuyền là: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{9}{20} + \frac{1}{4} - \frac{3}{20} = \frac{11}{20}$.

Câu 10: Một hộp đựng 4 viên bi màu xanh, 3 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp trên. Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 viên bi màu xanh" B là biến cố "Chọn được 2 viên bi màu đỏ", C là biến cố "Chọn được 2 viên bi màu vàng". Khi đó:

a) $P(A) = \frac{1}{7}$

b) $P(B) = \frac{1}{8}$

c) $P(C) = \frac{1}{36}$

d) Xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu bằng $\frac{5}{18}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 viên bi màu xanh" B là biến cố "Chọn được 2 viên bi màu đỏ", C là biến cố "Chọn được 2 viên bi màu vàng" và X là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".

Ta có: $P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}$; $P(B) = \frac{C_3^2}{C_9^2} = \frac{1}{12}$; $P(C) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}$.

a) Sai: $P(A) = \frac{1}{6}$

b) Sai: $P(B) = \frac{1}{12}$

c) Đúng: $P(C) = \frac{1}{36}$

d) Đúng: Ta có $X = A \cup B \cup C$ và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc.

Do đó, ta có: $P(X) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}$.

Câu 11: Lớp 10A1 có 35 học sinh gồm 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Nhà trường cần chọn 3 học sinh của lớp đó tham gia trồng cây. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào là đúng, khẳng định nào là sai?

a) Xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng một học sinh nữ bằng $\frac{60}{187}$.

b) Xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng hai học sinh nữ bằng $\frac{570}{1309}$.

c) Xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ bằng $\frac{90}{119}$.

d) Xác suất để 3 học sinh được chọn có nhiều nhất hai học sinh nữ bằng $\frac{114}{187}$.

Lời giải

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{35}^3$.

a) Đúng: A: “3 học sinh được chọn có đúng một học sinh nữ”. Ta có $n(A) = 20.C_{15}^2$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20.C_{15}^2}{C_{35}^3} = \frac{60}{187}$.

b) Đúng: B: “3 học sinh được chọn có đúng hai học sinh nữ”. Ta có $n(B) = C_{20}^2.15$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_{20}^2.15}{C_{35}^3} = \frac{570}{1309}$.

c) Sai: C: “3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ”.

Ta có $n(C) = 20.C_{15}^2 + C_{20}^2.15 + C_{20}^3$.

Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{20.C_{15}^2 + C_{20}^2.15 + C_{20}^3}{C_{35}^3} = \frac{174}{187}$.

d) Sai: D: “3 học sinh được chọn có nhiều nhất hai học sinh nữ”.

Ta có $n(D) = C_{15}^3 + 20.C_{15}^2 + C_{20}^2.15$.

Xác suất của biến cố D là $P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{C_{15}^3 + 20.C_{15}^2 + C_{20}^2.15}{C_{35}^3} = \frac{1081}{1309}$.

Câu 12: Một nhóm có 50 người được phỏng vấn họ đã mua cành đào hay cây quất vào dịp Tết vừa qua, trong đó có 31 người mua cành đào, 12 người mua cây quất và 5 người mua cả cành đào và cây quất. Chọn ngẫu nhiên một người. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào là đúng, khẳng định nào là sai?

a) Biến cố người đó mua đào và biến cố người đó mua quất là hai biến cố xung khắc.

b) Xác suất để người đó mua cành đào là $\frac{31}{50}$, xác suất để người đó mua cành quất là $\frac{12}{50}$.

c) Xác suất để người đó mua cành đào hoặc mua cây quất là $\frac{19}{50}$.

d) Xác suất để người đó không mua cành đào và không mua cây quất là $\frac{6}{25}$.

Lời giải

a) Sai: Gọi A là biến cố: “Người đó mua cành đào”, B là biến cố: “Người đó mua cây quất”. Vì có 5 người mua cả cành đào và cây quất nên biến cố A và biến cố B không là hai biến cố xung khắc.

b) Đúng: Theo giả thiết $P(A) = \frac{31}{50}$; $P(B) = \frac{12}{50}$; $P(AB) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$.

c) Sai: Lúc đó $A \cup B$ là biến cố “người đó mua cành đào hoặc mua cây quất”

Áp dụng công thức cộng ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{31}{50} + \frac{12}{50} - \frac{5}{50} = \frac{38}{50} = \frac{19}{25}$.

d) Đúng: Lúc đó $\overline{AB}$ là biến cố “người đó không mua cành đào và không mua cây quất”

Vì $A \cup B$ biến cố đối của biến cố $\overline{AB}$ là nên $P(\overline{AB}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{38}{50} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$.

Câu 13: Lớp 11A của một trường có 30 học sinh, trong đó có 12 bạn thích nhạc cổ điển, 11 bạn thích nhạc trẻ và 3 bạn thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào là đúng, khẳng định nào là sai?

- a) Biến cố bạn đó thích nhạc cổ điển và biến cố bạn đó thích nhạc trẻ là 2 biến cố xung khắc.
- b) Xác suất để bạn đó thích nhạc trẻ là $\frac{2}{5}$, xác suất để bạn đó thích nhạc cổ điển là $\frac{11}{30}$.
- c) Xác suất để bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ là $\frac{2}{3}$.
- d) Xác suất để bạn đó không thích nhạc cổ điển và không thích nhạc trẻ là $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Bạn đó thích nhạc cổ điển”;

B là biến cố: “Bạn đó thích nhạc trẻ”;

AB là biến cố: “Bạn đó thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ”.

a) Sai: Vì có 3 bạn thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ nên biến cố A và biến cố B không là hai biến cố xung khắc.

b) Sai: Theo bài ra ta có $P(A) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{11}{30}$, $P(AB) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.

c) Đúng: Ta có $A \cup B$ là biến cố: “Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ”

Áp dụng công thức cộng xác suất ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{12}{30} + \frac{11}{30} - \frac{3}{30} = \frac{2}{3}$

d) Đúng: Ta có $\overline{AB}$ là biến cố: “Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ”

Vì $A \cup B$ là biến cố đối của biến cố $\overline{AB}$ nên $P(\overline{AB}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{3}$

Câu 14: Hai bạn Y và Q mỗi bạn chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương có một chữ số. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào là đúng, khẳng định nào là sai?

- a) Xác suất để bạn Y chọn được số là số chẵn là $\frac{4}{9}$.
- b) Xác suất để bạn Q chọn được số là số lẻ và chia hết cho 3 là $\frac{1}{3}$.
- c) Xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số giống nhau là $\frac{4}{9}$.
- d) Xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số có tích là một số chẵn là $\frac{56}{81}$.

Lời giải

Số nguyên dương có một chữ số: 9 số, trong đó có 4 số nguyên dương chẵn và 5 số nguyên dương lẻ.

Số nguyên dương có một chữ số là số chẵn: 4 số.

Số là số lẻ và chia hết cho 3: 2 số.

a) Đúng: A: Xác suất để bạn Y chọn được số là số chẵn bằng $\frac{4}{9}$.

b) Sai: B: Xác suất để bạn Q chọn được số là số lẻ và chia hết cho 3 bằng $\frac{2}{9}$

c) Sai: Bạn Y chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương có một chữ số: có 9 cách chọn.

Bạn Q chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương giống bạn Y đã chọn: có 1 cách chọn.

Gọi A là biến cố “hai bạn Y và Q chọn được hai số giống nhau”. Số khả năng thuận lợi của biến cố A là: $9.1 = 9$.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9.9 = 81$.

Vậy xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số giống nhau $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$.

d) Đúng: Gọi B là biến cố “Y và Q chọn được hai số có tích là một số chẵn”.

Hai số có tích là một số chẵn khi và chỉ khi ít nhất một trong hai số là số chẵn. Ta xét các biến cố sau đây:

B_1 : “Y và Q chọn được hai số cùng là số chẵn”. Vậy $n(B_1) = 4.4 = 16$.

B_2 : “Y chọn được số chẵn và Q chọn được số lẻ”. Vậy $n(B_2) = 4.5 = 20$.

B_3 : “Y chọn được số lẻ và Q chọn được số chẵn”. Vậy $n(B_3) = 5.4 = 20$.

B_1, B_2, B_3 đôi một xung khắc và $B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$

Vậy $P(B) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3)$

Ta tính được: $P(B_1) = \frac{n(B_1)}{n(\Omega)} = \frac{16}{81}$, $P(B_2) = \frac{n(B_2)}{n(\Omega)} = \frac{20}{81}$, $P(B_3) = \frac{n(B_3)}{n(\Omega)} = \frac{20}{81}$.

Xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số có tích là một số chẵn là:

$$P(B) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = \frac{16}{81} + \frac{20}{81} + \frac{20}{81} = \frac{56}{81}.$$

Câu 15: Một hộp gồm 6 viên bi trắng, 4 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào là đúng, khẳng định nào là sai?

a) Xác suất để thu được 3 viên bi cùng màu là $\frac{34}{455}$.

b) Xác suất để thu được có đúng 2 viên bi màu xanh là $\frac{12}{91}$.

c) Xác suất để thu được 3 viên bi khác màu là $\frac{24}{91}$.

d) Xác suất để thu được ít nhất 1 viên bi màu đỏ là $\frac{38}{91}$.

Lời giải

a) Đúng: Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^3$.

Gọi A là biến cố: “3 viên bi được chọn có cùng màu”.

Gọi E là biến cố “Lấy 3 viên bi cùng màu trắng” $\Rightarrow P(E) = \frac{C_6^3}{C_{15}^3} = \frac{20}{455}$

Gọi G là biến cố “Lấy 3 viên bi cùng màu đỏ” $\Rightarrow P(G) = \frac{C_4^3}{C_{15}^3} = \frac{4}{455}$

Gọi H là biến cố “Lấy 3 viên bi cùng màu xanh” $\Rightarrow P(H) = \frac{C_5^3}{C_{15}^3} = \frac{10}{455}$

E, G, H là các biến cố xung khắc nên $P(A) = P(E) + P(G) + P(H) = \frac{34}{455}$.

b) Sai: Gọi B là biến cố “Lấy được đúng 2 viên bi màu xanh”

Gọi M là biến cố “Lấy 3 viên bi có 2 bi màu xanh, 1 viên bi màu đỏ” $\Rightarrow P(M) = \frac{C_5^2 C_4^1}{C_{15}^3} = \frac{40}{455}$

Gọi N là biến cố “Lấy 3 viên bi có 2 bi màu xanh, 1 viên bi màu trắng” $\Rightarrow P(N) = \frac{C_5^2 C_6^1}{C_{15}^3} = \frac{60}{455}$

M, N là các biến cố xung khắc nên $P(B) = P(M) + P(N) = \frac{40+60}{455} = \frac{20}{91}$.

c) Đúng: Gọi C là biến cố: “3 viên bi được chọn có khác màu”.

Ta có: $n(C) = C_6^1 C_4^1 C_5^1 = 6.4.5 = 120$.

Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{6.4.5}{C_{15}^3} = \frac{24}{91}$.

d) Sai: Gọi D là biến cố “Có ít nhất 1 viên bi màu đỏ”, $\bar{D}$ là biến cố “3 viên bi được chọn không có viên bi đỏ nào” $\Rightarrow P(\bar{D}) = \frac{C_{11}^3}{C_{15}^3}$ Vậy $P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - \frac{C_{11}^3}{C_{15}^3} = \frac{58}{91}$

Câu 16: Một hộp chứa 5 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ và 2 quả bóng vàng có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên từ hộp 3 quả bóng. Khẳng định nào sau đây đúng, khẳng định nào sau đây sai?

a) Số phần tử không gian mẫu là 286 phần tử;

b) Số phần tử của biến cố “Chọn được 3 quả bóng khác màu” là 13;

c) Xác suất của biến cố “Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu” là $\frac{113}{143}$;

d) Xác suất của biến cố “Có đúng 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng lấy ra” là $\frac{45}{143}$.

Lời giải

a) Đúng: Chọn ngẫu nhiên từ hộp 3 quả bóng trong tổng số 13 quả bóng có $C_{13}^3 = 286$ cách.

$\Rightarrow n(\Omega) = 286$ phần tử.

b) Sai: Gọi T: “Chọn được 3 quả bóng khác màu”.

Vậy chọn 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng có $5.6.2 = 60$ cách.

c) Sai: Gọi A là biến cố “Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu xanh”.

$$\Rightarrow n(A) = C_5^3 = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{286} = \frac{5}{143}.$$

Gọi B là biến cố “Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu đỏ”.

$$\Rightarrow n(B) = C_6^3 = 20 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{286} = \frac{10}{143}.$$

Gọi C là biến cố “Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu vàng”.

$$\Rightarrow n(C) = 0 \Rightarrow P(C) = 0$$

Ta có: $A \cup B \cup C$ là biến cố “Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu”

$$\Rightarrow P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{15}{243}$$

d) Đúng: Gọi D là biến cố “Có đúng 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng lấy ra”

Vậy $A \cup D$ là biến cố “Có ít nhất 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng lấy ra”

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 2 quả bóng trong tổng số 5 quả bóng xanh có $C_5^2 = 10$ cách.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 1 quả bóng trong tổng số 8 quả bóng đỏ hoặc vàng có $C_8^1 = 8$ cách.

$$\Rightarrow n(D) = 10 \cdot 8 = 80 \Rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{80}{286} = \frac{40}{143} \Rightarrow P(A \cup D) = P(A) + P(D) = \frac{45}{143}$$

Câu 17: Một lớp học có 38 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích chơi bóng đá, 16 học sinh thích chơi cầu lông, 10 học sinh không thích chơi cả bóng đá và cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp đó. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Xác suất để học sinh đó thích chơi cầu lông bằng $\frac{8}{19}$.

b) Xác suất để học sinh đó thích chơi ít nhất một trong hai môn bóng đá và cầu lông bằng $\frac{5}{19}$.

c) Xác suất để học sinh đó thích chơi cầu lông và không thích chơi bóng đá bằng $\frac{6}{19}$.

d) Thích chơi đúng một trong hai môn bằng $\frac{11}{19}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Học sinh đó thích chơi bóng đá”;

B là biến cố: “Học sinh đó thích chơi cầu lông”.

a) Đúng: $P(B) = \frac{8}{19}$.

b) Sai: Ta cần tính $P(A \cup B)$.

Biến cố đối của biến cố $A \cup B$: “Học sinh đó thích chơi ít nhất một trong hai môn” là biến cố $\overline{A \cup B}$: “Học sinh đó không thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá”.

Ta có: $P(\overline{AB}) = \frac{5}{19}$.

Vậy $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{AB}) = 1 - \frac{5}{19} = \frac{14}{19}$.

c) Sai: Ta cần tính $P(\overline{AB})$.

Ta có: $P(A) = \frac{9}{19}$, $P(B) = \frac{8}{19}$

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{9}{19} + \frac{8}{19} - \frac{14}{19} = \frac{3}{19}.$$

$$B = AB \cup \overline{A}B \Rightarrow P(B) = P(AB) + P(\overline{A}B)$$

$$\Rightarrow P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) = \frac{8}{19} - \frac{3}{19} = \frac{5}{19}.$$

d) Đúng:

Gọi E là biến cố: "Học sinh đó thích chơi đúng một trong hai môn cầu lông hay bóng đá".

$$A = AB \cup A\overline{B} \Rightarrow P(A) = P(AB) + P(A\overline{B}) \Rightarrow P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{9}{19} - \frac{3}{19} = \frac{6}{19}$$

Ta có: $E = A\overline{B} \cup \overline{A}B$, suy ra $P(E) = P(A\overline{B}) + P(\overline{A}B) = \frac{6}{19} + \frac{5}{19} = \frac{11}{19}$.

Câu 18: Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách A và B . Thống kê cho thấy có 60% người mua sách A ; 70% người mua sách B ; 50% người mua cả sách A và sách B . Chọn ngẫu nhiên một người mua. Gọi A là biến cố: "người đó mua quyển sách A ", B là biến cố: "người đó mua quyển sách B ". Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,7$;

b) Biến cố: "người mua đó mua cả sách A và sách B " là biến cố $A \cap B$.

c) Xác suất để người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B là: 0,9.

d) Xác suất để người mua đó không mua cả sách A và sách B là: 0,2.

Lời giải

Có A là biến cố: "người đó mua quyển sách A "

B là biến cố: "người đó mua quyển sách B "

a) Đúng: Theo bài ra ta có: $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,7$.

b) Đúng: Biến cố: "người mua đó mua cả sách A và sách B " là biến cố $A \cap B$.

c) Sai: Biến cố: "người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B " là biến cố $A \cup B$.

Theo bài ra ta có: $P(A \cap B) = 0,5$.

Do đó xác suất để người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,7 - 0,5 = 0,8.$$

Vậy xác suất để người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B là: 0,8.

d) Đúng: Gọi C là biến cố: “Người mua đó không mua cả sách A và sách B ”

Suy ra biến cố $\bar{C}$ là: “Người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc sách B ”.

Vậy $\bar{C} = A \cup B \Rightarrow P(\bar{C}) = 0,8 \Rightarrow P(C) = 0,2$.

Vậy xác suất để người mua đó không mua cả sách A và sách B là: $0,2$.

E // BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Xác suất của biến cố “ cả 3 người được chọn học cùng một khối ” là

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ cả ba học sinh được chọn đều thuộc khối 10”.

B là biến cố: “ cả ba học sinh được chọn đều thuộc khối 11”.

Khi đó $A \cup B$ là biến cố “ cả 3 người được chọn học cùng một khối”.

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ta thấy $P(A) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3}$ và $P(B) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3}$, nên $P(A \cup B) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3} + \frac{C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{17}{80}$.

Câu 2: Cho hai biến cố xung khắc A, B biết $P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{1}{5}$. Giá trị của $P(A \cup B)$ bằng

Lời giải

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

Câu 3: Một trường THPT có 8 học sinh xuất sắc khối 10, 10 học sinh xuất sắc khối 11 và 12 học sinh xuất sắc khối 12. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 4 em học sinh từ những học sinh xuất sắc của 3 khối để dự liên hoan học sinh tiêu biểu của tỉnh. Xác suất để 4 em học sinh được chọn có đủ 3 khối là

Lời giải

Gọi: A là biến cố: “4 em học sinh được chọn có 2 học sinh khối 10, 1 học sinh khối 11 và 1 học sinh khối 12”.

B là biến cố: “4 em học sinh được chọn có 1 học sinh khối 10, 2 học sinh khối 11 và 1 học sinh khối 12”.

C là biến cố: “4 em học sinh được chọn có 1 học sinh khối 10, 1 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 12”.

Khi đó $A \cup B \cup C$ là biến cố: “4 em học sinh được chọn có đủ 3 khối”.

Vì A, B, C là các biến cố xung khắc nên $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$.

Ta có: $P(A) = \frac{C_8^2 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{12}^1}{C_{30}^4} = \frac{32}{261}$; $P(B) = \frac{C_8^1 \cdot C_{10}^2 \cdot C_{12}^1}{C_{30}^4} = \frac{32}{203}$; $P(C) = \frac{C_8^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{12}^2}{C_{30}^4} = \frac{352}{1827}$.

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{96}{203}$.

Vậy xác suất để 4 em học sinh được chọn có đủ 3 khối là $\frac{96}{203}$.

Câu 4: Cho đa giác đều (H) có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (H) . Gọi A là biến cố: “3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác vuông sao cho không có cạnh nào là cạnh của (H) ”; B là biến cố: “3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác có đúng một cạnh là cạnh của đa giác (H) ”. Khi đó giá trị của $P(A \cup B)$ là

Lời giải

Ta có A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^3$.

+ A là biến cố “3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác vuông sao cho không có cạnh nào là cạnh của (H) ”.

Để ba đỉnh được chọn tạo thành tam giác vuông sao cho không có cạnh nào là cạnh của (H) thì hai trong ba đỉnh được chọn là hai đầu mút của một đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H) và đỉnh còn lại là một trong số các đỉnh còn lại của đa giác không kề với hai đỉnh đã chọn.

Đa giác có 20 đỉnh nên có 10 đường kính.

Số đỉnh còn lại của đa giác mà không kề với hai đỉnh đã chọn là $20 - 2 - 4 = 14$.

Suy ra $n(A) = C_{10}^1 \cdot C_{14}^1$.

$$\text{Suy ra: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^1 \cdot C_{14}^1}{C_{20}^3} = \frac{7}{57}.$$

B là biến cố: “3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác có đúng một cạnh là cạnh của đa giác (H) ”

Giả sử đa giác $A_1A_2A_3\dots A_{20}$.

Với cạnh A_1A_2 ta có các tam giác là: $A_1A_2A_4, A_1A_2A_5, \dots, A_1A_2A_{19}$ có 16 tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác.

Tương tự với 19 cạnh còn lại, mỗi cạnh đều lập được 16 tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác.

Suy ra $n(B) = 16 \cdot 20 = 320$

$$\text{Suy ra: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{320}{C_{20}^3} = \frac{16}{57}.$$

$$\text{Do đó } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{23}{57}$$

Câu 5: Tại một cuộc hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hay tiếng pháp là

Lời giải

Số người thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hay tiếng Pháp là: $31 + 21 - 5 = 47$.

Xác suất người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hay tiếng Pháp là: $\frac{47}{50}$

Câu 6: Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách A và B . Thống kê cho thấy có 70% người mua cuốn A ; 50% người mua cuốn B và 90% người mua ít nhất một trong hai cuốn sách A và B . Xác suất người mua cả sách A và B bằng

Lời giải

Ta có $P(A) = 0,7; P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,9$

Theo công thức cộng ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$$\Rightarrow 0,9 = 0,7 + 0,5 - P(AB) \Leftrightarrow P(AB) = 0,3$$

Câu 7: Số tập con có ba phần tử của tập $\{2^1; 2^2; \dots; 2^{2020}\}$ sao cho ba phần tử đó có thể xếp thành một cấp số nhân tăng bằng

Lời giải

Các tập con có ba phần tử thỏa mãn bài toán gồm các tập:

$$\{2^1; 2^2; 2^3\}, \{2^1; 2^3; 2^5\}, \dots, \{2^1; 2^{1010}; 2^{2019}\} \Rightarrow \text{có } 1009 \text{ tập}$$

$$\{2^2; 2^3; 2^4\}, \{2^2; 2^4; 2^6\}, \dots, \{2^2; 2^{1011}; 2^{2020}\} \Rightarrow \text{có } 1009 \text{ tập}$$

$$\{2^3; 2^4; 2^5\}, \{2^3; 2^5; 2^7\}, \dots, \{2^3; 2^{1011}; 2^{2019}\} \Rightarrow \text{có } 1008 \text{ tập}$$

$$\{2^4; 2^5; 2^6\}, \{2^4; 2^6; 2^8\}, \dots, \{2^4; 2^{1012}; 2^{2020}\} \Rightarrow \text{có } 1008 \text{ tập}$$

...

$$\{2^{2017}; 2^{2018}; 2^{2019}\} \Rightarrow \text{có } 1 \text{ tập}$$

$$\{2^{2018}; 2^{2019}; 2^{2020}\} \Rightarrow \text{có } 1 \text{ tập}$$

$$\Rightarrow \text{có } 2(1 + 2 + 3 + \dots + 1009) = 1019090 \text{ tập con thỏa mãn bài toán.}$$

Câu 8: Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ (các viên bi chỉ khác nhau về màu sắc). Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi nữa. Tính xác suất của biến cố “Lấy lần thứ hai được một viên bi xanh”

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lấy lần thứ hai được một viên bi xanh”.

Gọi B là biến cố “Lấy lần thứ nhất được bi xanh, lấy lần thứ hai cũng được một bi xanh”.

$$\text{Xác suất biến cố } B \text{ là } P(B) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{14}.$$

Gọi C là biến cố “Lấy lần thứ nhất được bi đỏ, lấy lần thứ hai được bi xanh”.

$$\text{Xác suất biến cố } C \text{ là } P(C) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}.$$

Ta có $A = B \cup C$, vì B, C là hai biến cố xung khắc nên ta có

$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{5}{14} + \frac{15}{56} = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}.$$

Câu 9: Trong bộ môn Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính

xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.

Lời giải

Gọi X là biến cố đề thi có 7 câu hỏi được chọn đủ ba loại và số câu hỏi dễ không ít hơn 4

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{40}^7$

Do đủ 3 loại mà số câu dễ không ít hơn 4 nên số câu dễ chỉ có thể là 4 hoặc 5

Gọi A là biến cố đề thi có 5 câu dễ, 1 câu trung bình, 1 câu khó

Gọi B là biến cố đề thi có 4 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó

Gọi C là biến cố đề thi có 4 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó

Và biến cố A, B, C đôi một xung khắc

Ta tính ra kết quả thuận lợi cho các biến cố

$$n(A) = C_{20}^5 \cdot C_{15}^1 \cdot C_5^1$$

$$n(B) = C_{20}^4 \cdot C_{15}^2 \cdot C_5^1$$

$$n(C) = C_{20}^4 \cdot C_{15}^1 \cdot C_5^2$$

Xác suất của các biến cố A, B, C lần lượt là

$$P(A) = \frac{C_{20}^5 \cdot C_{15}^1 \cdot C_5^1}{C_{40}^7}$$

$$P(B) = \frac{C_{20}^4 \cdot C_{15}^2 \cdot C_5^1}{C_{40}^7}$$

$$P(C) = \frac{C_{20}^4 \cdot C_{15}^1 \cdot C_5^2}{C_{40}^7}$$

Theo quy tắc cộng xác suất ta có

$$\begin{aligned} P(X) &= P(A) + P(B) + P(C) \\ &= \frac{C_{20}^5 \cdot C_{15}^1 \cdot C_5^1}{C_{40}^7} + \frac{C_{20}^4 \cdot C_{15}^2 \cdot C_5^1}{C_{40}^7} + \frac{C_{20}^4 \cdot C_{15}^1 \cdot C_5^2}{C_{40}^7} \\ &= \frac{915}{3848} \end{aligned}$$

Câu 10: Bảo, An và 7 bạn cùng lớp xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố “ Có ít nhất một trong hai bạn Bảo và An đứng ở đầu hàng”.

Lời giải

Số cách xếp 9 người thành một hàng ngang là $9!$.

Gọi: A là biến cố: “ Bảo đứng ở đầu hàng”.

B là biến cố: “ An đứng ở đầu hàng”.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{2.8!}{9!} = \frac{2}{9}$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{2.8!}{9!} = \frac{2}{9}$.

Xác suất của biến cố “Hai bạn Bảo và An đứng ở hai đầu hàng” là

$$P(AB) = \frac{2.7!}{9!} = \frac{1}{36}$$

Xác suất của biến cố “Có ít nhất một trong hai bạn Bảo và An đứng ở đầu hàng” là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} - \frac{1}{36} = \frac{15}{36}.$$

Vậy xác suất của biến cố “Có ít nhất một trong hai bạn Bảo và An đứng ở đầu hàng” là $\frac{15}{36}$.

Câu 11: Khảo sát về mức độ quan tâm của người dân trong khu một khu phố đối với 3 tờ báo A, B, C, người ta thu được số liệu như sau:

Có 20% người dân xem báo A; 15% người dân xem báo B; 10% người dân xem báo C;

Có 5% người dân xem báo A và B; 3% người dân xem báo B và C; 4% người dân xem báo A và C;

Có 2% người dân xem cả ba tờ báo A, B và C.

Xác suất người dân xem ít nhất một tờ báo là

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là các biến cố người dân xem báo A, B, C.

Ta có: $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,15$; $P(C) = 0,1$;

$P(AB) = 0,05$; $P(BC) = 0,03$; $P(AC) = 0,04$; $P(ABC) = 0,02$.

Gọi D là biến cố “người dân xem ít nhất một tờ báo” $\Rightarrow D = A \cup B \cup C$.

$$P(D) = P(A \cup B \cup C)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(CA) + P(ABC)$$

$$= 0,2 + 0,15 + 0,1 - 0,05 - 0,03 - 0,04 + 0,02 = 0,35 = 35\%.$$

Câu 12: Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng và 1 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 2 viên bi. Xác suất của biến cố C : “lấy được 2 viên bi cùng màu” là:

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$

Gọi các biến cố:

$$D : \text{“lấy được 2 viên đỏ”} \Rightarrow n(D) = C_4^2 = 6$$

$$E : \text{“lấy được 2 viên xanh”} \Rightarrow n(E) = C_3^2 = 3$$

$$F : \text{“lấy được 2 viên vàng”} \Rightarrow n(F) = C_2^2 = 1$$

Ta có D, E, F là các biến cố đôi một xung khắc và $C = D \cup E \cup F$

$$P(C) = P(D) + P(E) + P(F) = \frac{6}{45} + \frac{3}{45} + \frac{1}{45} = \frac{2}{9}.$$